Epistemološki okviri računa vjerojatnosti

Marijanović, Josipa

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Humanities and Social Sciences / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Filozofski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:142:607862

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-13**

Repository / Repozitorij:

FFOS-repository - Repository of the Faculty of Humanities and Social Sciences Osijek

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku
Filozofski fakultet u Osijeku
Preddiplomski studij Filozofije i Hrvatskog jezika i književnosti

Josipa Marijanović

Epistemološki okviri računa vjerojatnosti

Završni rad

Mentor: doc. dr. sc. Boško Pešić

Osijek, 2017.

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku
Filozofski fakultet u Osijeku
Odsjek za filozofiju

Preddiplomski studij Filozofije i Hrvatskoga jezika i književnosti

Josipa Marijanović

Epistemološki okviri računa vjerojatnosti

Završni rad

Područje humanističkih znanosti, filozofija, epistemologija

Mentor: doc. dr. sc. Boško Pešić

Osijek, 2017.

Sažetak:

Završni rad Epistemološki okviri računa vjerojatnosti *usmjeren je na matematičko-filozofski problem razumijevanja računa vjerojatnosti. On prolazi različite „stadije“ i okvire teorija obuhvaćene, osim u filozofiji, i u drugim znanstvenim poljima. Tu nailazi na višebrojne nejednakosti. O tim nejednakostima svakako će biti riječi unutar prvog dijela rada koji se temelji na epistemološkom obrazloženju pojma računa vjerojatnosti. Vjerojatnost je kroz pojam filozofije primjenjena u empirijskom i apriornom stavu, sve u teoriji fundacionalizma. Obrazloženju toga pridonio je i Clarence Irving Lewis, koji je dio svojega djela* An Analysis of Knowledge and Valuation *posvetio baš tim nejednakostima u teoriji vjerojatnosti. Taj će dio rada nositi naziv Epistemološki odnos spram računa vjerojatnosti, a sadržava sve bitne stavke epistemološkog shvaćanja pojma vjerojatnosti. Drugi dio rada pripada matematičkom objašnjenju istog pojma, budući da se pojam morao usporedno razvijati i u ovoj znanosti, kako bi bio lakše shvaćen u teoriji. Taj će dio rada nositi pojmove poput vjerojatnosnog prostora, slučajnog događaja, uspješnog rezultata, Brownovog gibanja, ali i druge statističke pojmove koji će koristiti obrazloženju problema teorije i računa. Statističko-matematički segment rada jest otprilike u jednakom okviru i opsegu poput onog glavnog, epistemološkog. Drugi je dio izrazito važan pri shvaćanju samog pojma vjerojatnosti, te nosi primjere slučajeva koje možemo razmatrati u obje strane. Zaključak ovog rada donosi konkretnu misao o važnosti računa vjerojatnosti, posebice u epistemološkom okviru.*

Ključne riječi: *račun vjerojatnosti, epistemologija, fundacionalizam, slučajni događaj, vjerojatnosni prostor*.

Abstract:

The paper Epistemological Frames of the Calculation of Probability focuses on the mathematical-philosophic problem of adopting the Theory of the Calculation of Probability. The theory passes through different "stages" and theory frameworks included in other scientific fields besides Philosophy, and encounters multiple inequalities. These inequalities will be discussed in the first part of this paper that is based on the epistemological explanation of the concept of the calculation of probability. Probability is in Philosophy seen through the empirical and a priori stance, all in the Theory of Foundationalism. An explanation was also contributed by Clarence Irving Lewis, who devoted a part in his work "An analysis of knowledge and valuation" to these inequalities in the Theory of Probability. That part of the paper will be titled Epistemological relation to the Calculation of Probability, and it will contain all essential elements of the epistemological understanding of the concept of probability. The second part of this paper will describe the mathematical explanation of that same concept, since this concept had to be developed parallel in this science as well in order to be better understood in theory. That part of the paper will cover terms such as Probability space, Random events, Successful outcome, Brown's motion, but also other statistical terms that will be used in explaining the entire problem of the aforementioned theory and calculation. The statistical-mathematical segment of this paper is about in the same frame and scope as that of the main, epistemological. The second part is important for the understanding of the very concept of probability, and contains examples of cases that can be considered in both sides. The conclusion of this paper gives a concrete thought on the importance of the Calculation of Probability, especially in the epistemological framework.

Keywords: *Calculus of Probability, Epistemology, Foundationalism, Random Events, Probability Space.*

Sadržaj

1. Uvod

U svakidašnjici često nailazimo na događaje čije ishode ne možemo točno odrediti. Tu proizlazi potreba za rješavanjem problema u kojima je prisutna neizvjesnost kraja. U takve probleme ubrajaju se mnoga prirodna i društvena zbivanja pa se prema tome istim pitanjem bavila znanost, ali i filozofija. To nam je pitanje poznato pod pojmom vjerojatnosti. Vjerojatnost je kroz povijest bila predmetom mnogih promišljanja i raznih interpretacija na koje nailazimo i danas. Do mnogobrojnih zaključaka o tome što to jest vjerojatnost nije bilo lako doći. No, danas se ona određuje kao matematičko područje koje se bavi opisom razlitičitih modela u kojima se pojavljuje neizvjesnost, a koji se mogu primjeniti na svakidašnje događaje.[1] Prva osoba koja je detaljnije dala zapisanu teoriju o tome što je to vjerojatnost i kako ju možemo preformulirati u račun, bila je Blaise Pascal. Suvremena se teorija vjerojatnosti može zahvaliti njegovom promišljanju o igrama na sreću. Od samo jedne društvene aktivnosti nastao je veliki pomak za današnjicu. Naime, tokom ljeta 1654. godine Blaise se dopisivao s de Fermatom u namjeri da prouče već prije poznate probleme kockara: problem dvije kocke i podjele uloga. Te je probleme Blaisu postavio njegov prijatelj, kockar Chevalier de Mere, a Blaise i de Fermat su sa svojom ustrajnošću uspjeli dokučiti ishod oba problema. Jednostavno su se dosjetili svako bacanje gledati nezavisno od drugog, jer samo je jedna kombinacija od 36 mogućih baš ta – dvije izbačene šestice. U problemu podjele uloga postavilo se pitanje kako podijeliti dobiveni ulog u omjeru od 2:1 bodova, a igra traje do 3. boda. Blaise i de Fermat dali su različite odgovore na pitanje, ali su se usuglasili oko rješenja. U slučaju da su igrači uložili svaki po primjerice 32 kn, pravedna bi podjela uloga bila 48 kn prvom igraču i 16 kn drugom. Objasnio je to na način da prvi igrač prema svojoj pobjedi može reći da je njegov siguran dobitak 32 kn, a što se drugih 32 kn tiče, šansa je pola-pola da bi itko od njih mogao dobiti taj iznos. Stoga bi pravedna podjela bila baš takva prema zadanom omjeru.[2] Nakon prvih razmišljanja o vjerojatnosti, Pascal se odlučuje razraditi nama danas poznati Pascalov trokut. Pascalov je trokut bio nekoliko stoljeća ranije poznat i drugim civilizacijama, no prvo djelo koje detaljnije proučava Pascalov trokut je Pascalovo djelo *Rasprava o aritmetičkom trokutu*.[3] No, izvan matematičkih dosega Pascal se istaknio svojim razmišljanjima o vjerojatnosti i u vjerskim spisima, gdje govori: »ako Bog ne postoji, čovjek ništa ne gubi vjerujući u njega; ako pak postoji, nevjerovanjem gubi sve.«[4] Na samo jednom primjeru života daje se uočiti koliko je slučaj vjerojatnosti zastupljen, bez obzira

[1] Preuzeto 1. rujna 2017. s https://element.hr/artikli/file/1134
[2] Franka Miriam Brückler, »Blaise Pascal«, *Osječki matematički list*, 6/2006, str: 119-123, na str. 121.
[3] Isto, str. 122
[4] Franka Miriam Brückler, »Blaise Pascal«,, str. 123.

na ono što se nama čini dokučivim ili ne. Također, bez obzira na granu ili polje znanosti ili filozofije. Danas ostaje još uvijek neodogovoreno pitanje možemo li račun vjerojatnosti smatrati nečime poput prirodnog zakona ili je to sasvim nemoguće. Iako se vjerojatnost nalazi svugdje oko nas, ponekad je zaista teško odgovoriti s preciznošću što ćemo postići s njezinim računom i koliko je on točan. Međutim u brojnim se situacijama on pokazao pouzdanim. Baš to je ono što epistemologija želi proučiti u svrhu čovjekova spoznavanja. Imamo li sigurnu spoznaju sa računom vjerojatnosti i možemo li vjerojatnost uopće definirati kao jednu, te koliko stavova postoji o njezinoj teoriji?

2. Epistemološki odnos spram računa vjerojatnosti

Epistemološko promatranje računa vjerojatnosti sa sobom nosi zaista zanimljive teorije. Počevši od korijena fundacionalizma do objašnjavanja pojmova poput nepogrešivosti i sigurnosti, te dvojbe između apriornog i empirističkog stava. Usputno tome, ne smiju se zaboraviti i suprotna stajališta, primjerice ona poput Humeovog koji u potpunosti negira postojanje slučajnosti uopće. Hume je ustvrdio da nam uopće nisu poznati odnosi vjerojatnosti kad izvodimo induktivne dokaze za činjenice koje nismo promatrali, recimo činjenice vezane uz budućnost. Spoznajni mehanizmi pomoću kojih izvodimo takve zaključke u njegovoj su teoriji slijepi; oni nam također koriste i u stvari su visoko pouzdani, ali ni na koji način ne uključuju poznatost logičkih odnosa između premisa i zaključaka našeg izvođenja.[5] Hume u svojem djelu *Istraživanja o ljudskom razumu* govori da ne postoji nešto takvo kao što je slučaj, iako sigurno postoji nekakva vjerojatnost koja dolazi od premoći izgleda na jednoj strani.[6] Takvo što nezamislivo je matematičarima i statističarima koji žele utvrditi vjerojatnost nekog slučajnog događaja, dok se u filozofiji mišljenja razilaze.

2.1. Klasični fundacionalizam

U proučavanju epistemologije može se naići na više stajališta, no čak i ako se svi izdvoje zasebno, oni uvijek stoje u nekakvom odnosu sa stajalištem zvanim klasični fundacionalizam. Ne griješi se kada se tvrdi da klasični fundacionalizam pruža sliku onoga što epistemologija želi dokučiti. Naime, klasični fundacionalisti dijele vjerovanja u dvije skupine: ona koja ne trebaju nikakvu potporu od drugih, te ona koja ovise o prvima i trebaju njihovu potporu. Temeljna vjerovanja, koja stoje zasebno, prikazuju se kao naš epistemološki temelj, dok druga služe kao njihova nadgradnja.[7] Klasični fundacionalizam djeluje sadržajno, te opisuje naša temeljna vjerovanja kao vjerovanja koja se tiču naših osjetila i našeg »vlastitog neposrednog iskustva«.[8] Takva su vjerovanja ona koja postoje kao temeljna, bez potpore drugih, a druga trebaju potporu od vjerovanja našim osjetilima. Ovdje je već lako povezati klasični fundacionalizam sa empirističkim gledištem, koje ističe da naše cjelokupno znanje potječe iz našeg iskustva. Samo, uz objašnjenje empirizma, klasični fundacionalizam želi reći da svo vjerovanje koje nije izravno,

---

[5] John Greco, Ernest Sosa, *Epistemologija, Vodič u teorije znanja*, preveo i priredio Borislav Mikulić (Naklada Jesenski i Turk, Zagreb, 2004), str. 42.
[6] David Hume, *Istraživanja o ljudskom razumu,* (Naprijed, Zagreb, 1988), str. 109.
[7] Jonathan Dancy, *Uvod u suvremenu epistemologiju*, (Biblioteka Filozofija, Zagreb, 2001), str. 59.
[8] Isto.

preko naših osjetila, mora biti opravdano pozivanjem na njih. No, ukoliko ulazimo u srž objašnjenja vjerojatnosti u epistemološkom okviru, sagledanog kroz fundacionalističko stajalište, trebali bismo moći odgovoriti na pitanje »kako to da vjerovanja o našim sadašnjim osjetilnim stanjima ne trebaju potporu od drugih, dok sva ostala vjerovanja zahtijevaju takvu potporu?«[9] Odgovor bi trebao biti pronađen u pojmovima koji slijede.

2.2. Nepogrešivost, sigurnost i vjerojatnost

Fundacionalistički stav ističe da postoje vjerovanja koja ne trebaju druga vjerovanja da bi bila nepogrešiva, a takva su naime iz razloga što su sama nepogrešiva. Nepogrešiva su u vjerovanju o našim sadašnjim osjetilnim stanjima, te kao takva pokazuju se dovoljnima da stoje samostalno i podupiru ostala.[10] Takva teorija klasičnog fundacionalizma predstavlja ograničen stav spram epistemologije, jer joj sugerira pristanak shvaćanja nepogrešivih vjerovanja kao osnovnih za shvaćanje svega oko nas. Klasični fundacionalizam sugerira da su svi zahtjevi epistemologije ispunjeni u oslanjanju na ovakvu teoriju. U slučaju da ipak nije tako, zapadamo u skepticizam.[11] Skepticizam ni u kojem slučaju ne garantira sigurnost, međutim o sigurnosti unutar teorije vjerojatnosti kojom se pozabavio »najistaknutiji klasični fundacionalist«[12] prošlog stoljeća, Clarence Irving Lewis[13], a koja je usko povezana sa klasičnim fundacionalizmom kao empirističkim izrazom, ima se mnogo toga za izdvojiti.

2.3. Clarence Irving Lewis o vjerojatnosti

Učenje Clarenca Irvinga Lewisa o računu vjerojatnosti možda je najznačajnije za epistemološko shvaćanje ovog problema, no neizostavno je spomenuti to da se Lewis u svojim objašnjenjima služio površnim matematičkim znanjem o računu vjerojatnosti. Obrazlažući

---

[9] Dancy, Uvod u suvremenu epistemologiju, str. 59.
[10] Isto.
[11] Dancy, Uvod u suvremenu epistemologiju, str. 60.
[12] Isto.
[13] Clarence Irving (C.I.) Lewis možda je najvažniji Američki sveučilišni filozof, aktivan 30ih i 40ih godina prošlog stoljeća. Uvelike je pridonio epistemologiji i logici, a u manjem značaju i etici. Lewis je bio ključna osoba u izdizanju analitičke filozofije unutar Sjedinjenih Američkih Država, a njegov je utjecaj, direktan ili indirektan, dopirao do učenika Harvarda na kojem je Lewis predavao sve do umirovljenja. U svojoj je *knjizi Analysis of Knowledge and Valutaion* (AKV), utemeljenoj na njegovim predavanjima iz 1944. godine, iznio preciznu interpretaciju svoje teorije mišljenja i svojih epistemoloških pogleda. Čak se dvije trećine knjige odnose na tu temu. Posljednja se trećina sastoji od njegovog učenja teorije vrijednosti. Usp. o tome Bruce Hunter, *Clarence Irwing Lewis*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, (1. studeni 2016.) Preuzeto 23. rujna 2017. s: https://plato.stanford.edu/entries/lewis-ci/

teoriju vjerojatnosti, Lewis osvrnio se na procjenu vjerojatnosti kroz dokaznu građu.[14] To je stajalište najbolje objasnio rečenicom: »Slučaj u zaključku o vjerojatnosti (P) jest takav da ako su premise poznate kao istinite, još uvijek strogo garantiran zaključak neće glasiti „P“ sadrži vjerojatnost „a/b“ (P = a/b), nego „P“ je vjerojatan „a/b“ u odnosu na njegovu građu „D“ (data D).«[15] Za bolje objašnjenje poslužio se primjerom osobe koja tvrdi: *Sudeći prema barometru, sutra će vjerojatno biti vedro*, tada ne misli samo *ako je barometar visoko, sutra će vjerojatno biti vedro.* Namjera u ovoj izjavi tvrditi je premisu kao činjenicu, a zaključak *Prema podacima barometra, sutra će vjerojatno biti vedro* trebao bi stajati kao kategorički vjerojatna tvrdnja. Međutim, pojedinac bi još trebao smarati takvu tvrdnju okvirom suda, jer na primjer, simultano bi se mogla odviti istinita situacija u kojoj s radio izvještaja zapadne strane čujemo da će vjerojatno sutra kišiti, pa prema tome ne postoji ništa takvo kao što je vjerojatnost sutrašnjeg vremena, osim ako se ono ne oslanja na cjelokupnu građu kojom je promatrana i kojom barata.[16] Iako se ovakav dio teorije čini zaista trivijalnim, kasnije će se ispostaviti kao vrlo važna stavka u shvaćanju teorije vjerojatnosti u epistemološkom okviru. Naime, ovaj primjer govori da izjava „P“, čija je vjerojatnost sada „a/b“ s obzirom na njezinu građu D kasnije može poprimiti drugačiju vjerojatnost pod novo primljenim dokazima.[17] Time se ukazalo na stanje u kojem građom „D“, „P“ sadrži vjerojatnost „a/b“ koja drži jednako mogućim oba ishoda: a/b +/- N. No, da je takav sud ispravno postavljen, nijedno novije zapažanje niti ikakav kasniji događaj ne bi mogao utjecati na njegovu vrijednost. Kasnije, zbog ovakvih prilika u razmatranje ulazi načelo o prosječnosti, ali u svrhu same usporebe a priori teorija ukazuje na vjerojatnost izjave kao istinite samo u slučaju ako je ona valjano izvedena iz istinitih premisa, što je zapravo najvažniji zaključak u ovoj teoriji.[18] Naime, Lewis želi istaknuti da »određenje vjerojatnosti slijedi iz premisa dane građe u skladu s ispravnim pravilima vjerojatnosti prema kojima je zaključak valjan. Međutim, ispravno određenje je istinito onda kada su mu i premise istinite.«[19] Koncepcija druge teorije, one empirističke, jest nagovještena običajnošću koja ispada provjerenom i sigurnom kada se dotičemo velikih slučajeva u statističkim metodama. Ona glasi: *Na duži period vremena, učestalost slučajva φ (vedrih dana) među slučajevima ψ (dani poput onih kada je vrijeme kao danas) jest a/b.*[20] Ovakvo načelo govori o relativnoj učestalosti promatranoj s gledišta prošlog iskustva, što zapravo može do određene razine biti izvjesno i protegnuto do

[14] Isto.
[15] C. I. Lewis, *Analysis of Knowledge and Valuation*, (The open court publishing company, La Salle, Ilinois, 1946), str. 267.
[16] Isto, str. 269.
[17] Isto.
[18] Isto.
[19] Isto.
[20] Isto, str. 271. (Vidi primjer prognoze vremena gore naveden).

budućnosti. No, opet u svakoj je namjeri, pa i u ovom slučaju, opravdati bilo kakav slučaj s ikako postavljenom građom u kojoj bi daljnja procedura razmatranja ovog primjera mogla biti valjano primjenjena.[21] Lewis je prema tome razgraničio a priori i empirističku teoriju shvaćanja vjerojatnosti, govoreći da u a priori teoriji vjerojatnost jest nešto što može biti u potpunosti sigurno u vrijeme prosuđivanja: ako vjerojatnosno određenje dolazi od valjano dane građe, ona je jednako izvjesna kao i građa sama za sebe. No, u empirističkoj teoriji vjerojatnost jest omjer učestalosti (ograničenje ponavljanja kao takvih), koje se određuje kroz empirijske činjenice od kojih neke, smatra se, uvijek vrijede za budućnost u prosuđivanju. U vrijeme prosuđivanja, ograničena se vrijednost učestalosti može samo predvidjeti i procjeniti, a svaka učinjena procjena kasnije može ispasti krivom.[22]

2.3.1. Poteškoće u empirističkoj teoriji vjerojatnosti na primjeru bacanja novčića

Lewis na primjeru bacanja novčića ukazao je na pogrešku u empirističkoj teoriji vjerojatnosti. U srž je problema postavio pitanje vjerojatnosti ishoda jedne strane novčića kojeg zovemo glava. U prvom se bacanju novčić okreće na stranu glave, no u sljedeća dva okreće se na suprotnu stranu, stranu pisma. Međutim, u četvrtom bacanju, novčić upada u odvod i ostaje nam nemoguće znati na koju je stranu pao. Pretpostavimo da se u razrješenju ovog primjera nalazi pojedinac koji podržava a priori teoriju vjerojatnosti i onaj koji nastoji empiristički sagledati problem vjerojatnosti.[23] Apriorist u ovoj situaciji osuđuje empirista misleći da bi se prilikom bacanja novčića empirist trebao držati cjelovite dane građe, te zaključiti vjerojatnost ishoda glave novčića prema dobivenome 1/3. Ionako se više nikada neće ponoviti bacanje tog istog novčića, pa prema tome treba zaključiti na onome što je dano. Empirist pak zaključuje drugačije, govoreći da tri bacanja ovog novčića nisu dovoljna za zaključivanje. Prvo, iz razloga što se javlja problem referencijalne grupe[24] koji je ujedno česti statistički problem ako predstavlja nepotpunost članova grupe koju se promatra. Tako i sveopće vrijedi da se svaka situacija treba sagledati iz potpune refencijalne grupe. U ovom slučaju referencijalna grupa nije potpuna jer se naš četvrti izbačaj nije ostvario. Drugo, naš se cijeli izbor temelji na situaciji u kojoj se baca novčić. No, takva situacija je nedopustiva vjerojatnosti iz razloga što se ne temelji na našem iskustvu, što bi

[21] Isto, str. 273.
[22] C. I. Lewis, *Analysis of Knowledge and Valuation,* str. 278-279.
[23] Isto, str. 280.
[24] Referencijalna grupa je skupina članova koju koristimo kao standard za usporedbu, neovisno o tome jesmo li i sami član nje. Ovaj se pojam najčešće koristi u sociološkom kontekstu, no nalazi se i u izračunima statistike ili u informatičkom programiranju. Usp. o tome, Nicki Lisa Cole Ph. D., *What is a reference group?* (2. ožujak 2017). Preuzeto 5. svibnja 2017. s https://www.thoughtco.com/reference-group-3026518

prema empirističkoj teoriji trebao biti glavni temelj naše prosudbe. Čak i učestalost koja je u pitanju, nije samo učestalost izbačaja jedne glave ovog jednog novčića, već učestalost izbačaja glave svih novčića općenito. Prema tome, u ovom slučaju koja god se valjano izabrana referencijalna grupa odabere, trebala bi biti neiscrpno velika.[25] Dakle, prema empirističkom shvaćanju teorije vjerojatnosti, ona počiva na temelju zakona velikih brojeva. To je logično ako shvatimo da je preciznije odrediti slučaj vjerojatnosti iz većeg broja izbačaja tj količine građe no suprotno. Međutim, poteškoća nastaje u samom određenju granice te iste građe. Naša referencijalna grupa ne bi trebala imati beskonačan broj članova. Kako bi najbolje shvatili navedeni primjer s kojim se pozabavio Lewis, moramo shvatiti matematički prikaz iste situacije. Iz tog razloga slijedi idući dio rada koji je predodređen lakšem shvaćanju pojma vjerojatnosti u svrhu objašnjenja epistemološkog okvira računa vjerojatnosti.

[25] C. I. Lewis, Analysis of Knowledge and Valuation , str. 281.

3. Matematički pojam vjerojatnosti

Matematički se pojam vjerojatnosti, kako je već navedeno, u teoriji i u računu razvija na poljima različitih znanstvenih disciplina. Segment koji najčešće zahvaća račun vjerojatnosti upravo je usmjeren na matematičku obradu empirijskih podataka dobivenih mjerenjem ili nekim drugim opažanjem. Matematička statistika ili, još jednostavnije »statistička teorija« razvila se kao posebna disciplina koja definira teorijske pojmove unutar pojma vjerojatnosti, te ukazuje na njezinu mogućnost primjene, kako u eksperimentima tako i u industriji bez obzira na orijentiranost prema ikojem znanstvenom polju. U teoriju vjerojatnosti svakako ulaze određeni pojmovi koji se smatraju elementarnima za usvajanje znanja ovog najčešće matematičkog pojma, a jedan od njih je »slučajni događaj«. [26] Nakon definiranja slučajnog događaja, pod matematičkim pojmom vjerojatnosti valja objasniti pojam vjerojatnosnog prostora pa nakon toga izdvojiti par primjera koji opisuju probleme vjerojatnosti „uspješnog“ rezultata prikazane kroz statističku teoriju.

3.1. Slučajni događaj

Slučajni pokus, slučajni događaj ili slučajni eksperiment jest takav čin čiji »ishodi, tj. rezultati nisu jednoznačno određeni uvjetima u kojima izvodimo pokus.«[27] Još jednostavnije objašnjeno, prema Pavlićevom navodu: »Pod slučajnim događajem razumijevamo takav događaj koji se pod stanovitim okolnostima može, ali i ne mora dogoditi«.[28] Teorija vjerojatnosti je prema tome takva disciplina čiji je osnovni zadatak formirati i proučiti matematički model slučajnog događaja. Jedan takav slučajni događaj može se pronaći u igri „bacanja novčića“ koji je sam po sebi nama vidljivo simetričan. Novčić sadrži dvije plohe, nama poznate kao „glava i pismo“. Nakon što novčić dotiče površinu, on pada na jednu od svojih ploha koje možemo označiti kao G (glava) i P (pismo). Koja od ploha neće doticati površinu, ne možemo znati. Međutim možemo zapisati slučaj bačenog novčića kao slučajnog događaja iz skupa koji će sadržavati dva člana, čiji ishod uvijek mora biti članom tog dvočlanog skupa:

$$\Omega = \{P, G\},$$

[26] Ivo Pavlić, *Statistička teorija i primjena*, (Tehnička knjiga, Zagreb 1970), str. 21.
[27] Nikola Sarapa, *Teorija vjerojatnosti*, (Školska knjiga, Zagreb, 2002), str. 3.
[28] Pavlić, *Statistička teorija i primjena*, str. 21.

Unaprijed nam je nepoznato koji će od ta dva člana biti ishod.[29] Ipak jasno nam je da se svaki od njih može pojaviti u pokusu samo na jedan način. Prema tome, svakome od članova može se pridružiti njegova vjerojatnost, tj. svakom takvom događaju pridružili bismo vjerojatnost ½.[30] Prilikom razmatranja takvog događaja lako je za uočiti da su unaprijed poznati svi mogući njegovi ishodi. Svaki od ishoda, tj. rezultata takvog događaja naziva se elementarni događaj. Takav je događaj ujedno i nerazloživ, što bi značilo da on isključuje svaki drugi elementarni događaj pa prema tome nemoguće je ostvariti događaj u kojem će bačeni novčić pasti na obje plohe. G i P su plohe koje se u slučajnom događaju bačenog novčića ne mogu pokazati istodobno.[31] Istu teoriju izvodimo i iz drugih igara na sreću, primjerice prilikom bacanja šesterostrane kockice. Taj primjer je uistinu najučestaliji primjer u objašnjavanju računa vjerojatnosti. No prije nego se razmotri teorija postavljenih primjera za izračun vjerojatnosti, kao što je to primjer bacanja kockice i mnogih drugih, slijedi objašnjenje vjerojatnosnog prostora.

3.2. Vjerojatnosni prostor

Postavi li ste skup Ω, kao proizvoljan neprazan skup, prostorom svih elementarnih događaja unutar kojih se odvijaju događaji koje objašnjavamo teorijom vjerojatnosti, tada je taj skup mjera kojim se koristimo prilikom izračuna. Takav se skup može sastojati od više podskupova prilikom bilo kojeg slučajnog događaja. Više podskupova unutar skupa čine familiju skupova. Ona zapravo predstavlja familiju više događaja sa svojim podskupovnim razlikama. Familija svih podskupova Ω može biti prebrojiva i imati sve prebrojive komponente. Time se mora dokazati da je familija zatvorena na prebrojive presjeke i skupovne razlike. Iz toga proizlazi definicija uređenog para (Ω, F) koji postaje izmjerljivim prostorom. Vjerojatnosni prostor osnovni je pojam u teoriji vjerojatnosti, a vjerojatnost time postaje normirana mjera, budući da je vjerojatnosni prostor prostor s normiranom mjerom. Konstrukcija je vjerojatnosnog prostora možda najvažnija u njegovu ispisu i shvaćanju. Prema tome postoji velika razlika u odnosu kada je takav slučaj da je skup Ω konačan ili prebrojiv, i kada on postaje neprebrojivim. Razlog leži u tome što je u takvim slučajevima, kada je skup Ω neprebrojiv, ne možemo konstruirati njegovu mjeru.[32] No, svaki se vjerojatnosni prostor može upotpuniti pridruživanjem jednog vjerojatnosnog prostora drugome. Vjerojatnosni prostor postaje potpun kada je svaki

---

[29] Sarapa, *Teorija vjerojatnosti*, str. 3.
[30] Pavlić, *Statistička teorija i primjena*, str. 21.
[31] Sarapa, Teorija vjerojatnosti, str. 5.
[32] Isto, str. 13.

njegov podskup događaja čija je vjerojatnost nula, i sam događaj. U svakom je izračunu vjerojatnosti potrebno poznavati navedene pojmove.[33]

3.3. Vjerojatnost „uspješnog“ rezultata u statistici

Statistika se u svojem izračunu vjerojatnosti oslanja na ponavljanje slučajnog događaja u svrhu zaključka o problemu. No, prilikom ponavljanja takvog događaja, vrlo su važni uvjeti u kojima se takav događaj ostvari. Iz tih uvjeta pokušava se izračunati i zaključiti ikakav prosjek. U svakom od takvih izračuna koji potkrijepljuje teoriju vjerojatnosti treba navesti problem.

3.3.1. Primjer problema tvornice i artikala

Za takav će se problem uzeti primjer jedne tvornice i njezinih artikala. U nekoj je tvornici naime zamijećeno da pod određenim uvjetima u prosjeku 1.6% artikala ne zadovoljava standard kvalitete i zato biva odbačeno. To znači da će u svakoj skupini od recimo 1000 artikala, a koji i nisu prošli nikakvu inspekciju, biti 16 kojih nisu na prodaju, ili barem ne bi trebali biti. No ponekad će naravno broj loših artikala biti manji, a ponekad veći, ali u prosjeku on će biti blizu broja 16. U većini skupina od 1000 artikala dogoditi će se isto. Ovdje se svakako podrazumjeva da su uvjeti proizvodnje invarijantni tj. da je organizacija tehnološkog procesa, oprema, sirovine, itd. uvijek ista.[34] Ovakav primjer ukazuje na važno obilježje vjerojatnosti koje govori da takvom događaju ili u ovom slučaju problemu, koji se češće javlja kao ishod eksperimenta, te mu pripada i veća vjerojatnost. Vjerojatnost nekog događaja bi ovdje bio broj koji svojom veličinom mjeri šansu pojavljivanja takvog sličnog događaja.[35] Iz toga slijedi:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

gdje je skup P događaja A bliži pozitivnom broju, odnosno broju 1, tj. bliži ništici odnosno 0. U slučaju da se naš skup događaja P(A) približava 0, onda se on zbiva rijetko ili pak gotovo nikada. Suprotno tome, ako je P(A) blizu 1, onda je i u razlomku gdje je postavljen problem vjerojatnosti taj brojnik blizu nazivnika, što bi značilo da je većina operacija uspješna, pa ako se P(A) izjednači sa 1, onda se događaj A zbiva gotovo uvijek ili u potpunosti uvijek. Ako se naš

[33] Sarapa, *Teorija vjerojatnosti*, str. 18-19.
[34] B. V. Gnjedenko, A. J. Hinčin, *Elementarni uvod u teoriju vjerojatnosti*, (Scientia, Zagreb, 1997), str. 12.
[35] Ivo Pavlić, *Statistička teorija i primjena*, str. 22.

događaj pak ponaša tako da se približava polovini vrijednosti vjerojatnosti: P(A) > $\frac{1}{2}$, onda se događaj A zbiva češće nego što se ne zbiva, a ako je obrnuto P(A) < $\frac{1}{2}$ onda se događaj A ne zbiva često. U slučaju da je naš događaj A izjednačen $\frac{1}{2}$, odnosno P(A) = $\frac{1}{2}$ onda se događaj A zbiva u polovici svih slučajeva, što znači da su se uspješne operacije dogodile isto toliko puta koliko i one neuspješne.[36] Kako bi od ove teorije izveli formulu, navesti će se još jedan primjer problema u nastavku.

3.3.2. Primjer problema Brownovog gibanja

Prošlo nam je stoljeće donijelo veliko otkriće nazvano Brownovo gibanje. Ime je dobilo po engleskom botaničaru Robertu Brownu. Brown je 1827. godine uočio da se zrnca peludi uronjenih u vodu gibaju nesređeno, i to takvim kaotičnim gibanjem da im je teško popratiti putanju. Prvo je pokušao objasniti takvo stanje čestice koja je uronjena u vodu time što joj je pripisao živuću karakteristiku, tj. njegov se pokus temeljio na živoj klici u peludu. No kada je pokušao napraviti isti pokus s vrlo starim, sasušenim peludom, primjetio je jednako nesređeno gibanje. Tu je otpisao vis vitalis kao razlog takvog gibanja i nastavio pratiti promjene u istom.[37] Dugo se vremena nije moglo objasniti zašto se događa takvo »prividno spontano gibanje«[38]. Naposlijetku je kinetička teorija plinova dala jednostavno i potpuno objašnjenje ovog procesa gibanja: »Promatrajući jednu česticu, jasno je da će se ona povremeno sudarati s drugim česticama. Pri tome će vremenski interval između dva sudara, te slobodni (pravocrtni) put između dva sudara varirati od sudara do sudara.«[39] Isto se događa s česticama peludi u vodi. Kinetička nam teorija tu omogućava proračunati vjerojatnost pojave neke čestice unutar danog volumena tekućine ili plina, gdje možemo u promatranom volumenu očekivati nijednu česticu raspršene materije, ili pak jednu, dvije, tri, i tako dalje. U obzir će se uzeti 518 promatranja koje je učinio švedski kemičar Svedberg od vrlo sićušnih čestica zlata raspršenih u vodi. U određenom dijelu prostora koji se promatrao: 112 puta nije zamjećena niti jedna čestica, 168 puta zamjećena je 1 čestica, 130 puta 2 čestice, 69 puta 3 čestice, 32 puta 4 čestice, 5 puta 5 čestica, jedanput 6 čestica i konačno 7 čestica opet iznova jedanput.[40] Tražena će vjerojatnost P(n) u

[36] B. V. Gnjedenko, A. J. Hinčin, *Elementarni uvod u teoriju vjerojatnosti,* str. 16.
[37] Bojan Igrec, *Postupak umjeravanja pretvornika tlaka visokog razreda točnosti*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012. str. 5.
[38] B. V. Gnjedenko, A. J. Hinčin, *Elementarni uvod u teoriju vjerojatnosti,* str. 14.
[39] Ivo Batistić, *Kinetička teorija plinova, Uvod u statističku fiziku*, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno matematički fakultet, Fizički odsjek, Zagreb, 2005/2006. str. 18
[40] B. V. Gnjedenko, A. J. Hinčin, *Elementarni uvod u teoriju vjerojatnosti,* str. 14.

ovom primjeru biti decimalni broj ako broj svih događaja (mjerenja) označimo sa b, a broj istih događaja sa a:

$$P(n) = \frac{a}{b}, \ ili \ \left(P(n) = \frac{100a}{b}\%\right)$$

Prema tome slijedi ovakav izračun:

$$za\ n = 0\ čestica, \qquad P(0) = \frac{112}{518} = 0{,}216$$

$$za\ n = 1\ čestica, \qquad P(1) = \frac{168}{518} = 0{,}325$$

$$za\ n = 2\ čestica, \qquad P(2) = \frac{130}{518} = 0{,}251$$

$$za\ n = 3\ čestica, \qquad P(3) = \frac{69}{518} = 0{,}133$$

$$za\ n = 4\ čestica, \qquad P(4) = \frac{32}{518} = 0{,}062$$

$$za\ n = 5\ čestica, \qquad P(5) = \frac{5}{518} = 0{,}010$$

$$za\ n = 6\ čestica, \qquad P(6) = \frac{1}{518} = 0{,}002$$

$$za\ n = 7\ čestica, \qquad P(7) = \frac{1}{518} = 0{,}002$$

Kako se u daljnjim promatranjima pokazalo, ovi su se rezultati dobro slagali s teoretski predviđenim vjerojatnostima.[41] Sa gore navedenom formulom i ovim izračunom dolazi se do zaključka da je masovna operacija takva u kojoj je događaj A (na primjer čestice zlata raspršenog gibanja u vodi) zamjećen a puta u b određenih operacija (primjerice 518 promatranja). Stoga zaključujemo da je vjerojatnost „uspješnog rezultata“ određene operacije omjer broja tih svih određenih operacija koje čine »zadanu masovnu operaciju«.[42] Zadanoj se masovnoj operaciji, koju bi matematičari svrstali u skup, prema tome ipak može odrediti vjerojatnost.

[41] Isto.
[42] B. V. Gnjedenko, A. J. Hinčin, *Elementarni uvod u teoriju vjerojatnosti*, str. 13.

4. Smisao vjerojatnosti u epistemologiji

Neizostavno je vratiti se na polje filozofije i ustvrditi o čemu se zapravo radi kada je u pitanju pojam vjerojatnosti kod epistemološkog razmatranja. Vjerojatnost je naime zanimljiva iz više razloga, međutim prvi je taj koji govori da »empirijska spoznaja u svojoj općenitosti karaktera sadrži pojam vjerojatnosti«.[43] Kao takva, ona ne upućuje na cjelokupnu stabilnost spoznavanja, već upućuje na nestabilnu i nesigurnu mogućnost analiziranja ikakvog znanja u slučaju da se pojam vjerojatnosti ne razmotri. Otuda proizlazi i zainteresiranost Hansa Reichenbacha ili Johna Maynarda Keynesa za vjerojatnost, koju pak dovode do ekstremnijih zaključaka i definicija, smatrajući da se vjerojatnost može u potpunosti prepisati epistemologiji, a izostaviti u određenim problemima koji se tiču statistike.[44] Prema logičkom slijedu čitanja ovog rada ono što može biti naizgled jasno jest da je problem vjerojatnosti sadržan u tome što nijedno biće nema sposobnost predviđanja problema koji mu slijedi. Stoga je vjerojatnost uvijek potencijalna nepoznanica. Tu se interes epistemologije može zadržati, no ipak, čini se da se smisao vjerojatnosti u epistemologiji nalazi na više razina. Usvojimo li vjerojatnost kao dio epistemologije, primjetiti ćemo kako se sam pojam definira drugačije u razmišljanjima. Nikada ne smijemo zaboraviti da postoji mogućnost dvaju ili pak više tipova razmišljanja o istoj stvari. Bitna je dakako sama interpretacija tog pojma. Razmišljajući o tome, može se uvidjeti da je problem vjerojatnosti u epistemologiji na skroz dubljoj razini od očekivanog. U primjer tome ulaze ona dva već spomenuta stava, a priori i empiristički, koji se naizgled čine sličnima, ali ustvari koriste se istim nazivom pojma za različite primjene, čak i ako razmatraju isti problem.[45] Također, pojam vjerojatnosti neizostavan je dio induktivne logike, pa čak i u tom segmentu ostaje otvoren za razmatranje.[46] Gledamo li širu sliku ovog problema, možemo se zateći u promišljanju tog pojma kao prirodnog zakona, jer ako on vrijedi kao matematički i filozofski problem kojem možemo postaviti stabilnu teoriju, a primjenjiv je u praksi, onda može imati ozbiljnog izgleda za postajanje prirodnim zakonom. O toj bi se temi dalo više promšljati i pisati u nekom drugom radu, koji bi mogao biti i nastavak ovome.

[43] C. I. Lewis, *Analysis of Knowledge and Valuation,* str. 265.
[44] Isto.
[45] Isto, str. 266.
[46] Isto, str. 265.

5. Zaključak

Račun je vjerojatnosti još uvijek ostao u potpunosti neodređen dio epistemologije. Filozofi su različito zamišljali pojam vjerojatnosti pa su kao rezultat toga stvoreni različiti stavovi o računu vjerojatnosti, uključujući onaj empiristički ili pak a priori stav. Dalo bi se zaključiti da se znanost danas koristi a priornim stavom vjerojatnosti, budući da u račun vjerojatnosti unose samo dobivene podatke i zatvaraju cjelinu referencijalne grupe u cjeloviti skup. Tome pripomaže matematika koja u teoriju vjerojatnosti postavlja teoriju skupova, gdje se jedan skup ponaša kao zatvorena cjelina koja sadrži podskupove temeljene na minimalno dva člana. Svaki od članova ima ishod, a taj ishod se određuje kao elementarni događaj. Skup takvih događaja naziva se slučajnim događajem. Statistika uzima taj slučajni događaj i razmatra uspješnost računa vjerojatnosti unutar svih njegovih događaja tj članova. U svrhu toga naveden je primjer problema tvornice i artikala ili pak primjer problema Brownovog gibanja čestica, koji u svom izračunu daje vrlo precizan broj čestica zlata raspršenih u vodi, zabilježenih u svakom promatranju. Statistika i matematika su u ovim slučajevima za račun vjerojatnosti postavile formule kojima su se koristile prilikom izračuna. Za te formule potrebno je bilo odrediti načela koja će im služiti kao teorija s kojom objašnjavaju mogućnost izračuna vjerojatnosti. Filozofija je na malo drugačiji način formulirala teoriju vjerojatnosti, postavivši ju u okvire epistemologije. Račun je vjerojatnosti dovela do te mjere da služi promišljanju o budućnosti na više načina. Neki su filozofi odustali od promišljanja o pojmu budućnosti, neki još uvijek razmatraju mogućnosti ponavljanja događaja slučajnosti oslanjajući se na iskustvo, a neki pak slučajne događaje gledaju neovisno jedan od drugog i razmatraju njihovo ponavljanje pojedinačno. U svakom je slučaju račun vjerojatnosti takve naravi da mora sadržavati slučaj koji će se ponavljati. Budući da u svakidašnjici nailazimo na takve slučajeve, čiji nam ishodi nisu očigledni, a postoji mogućnost da im je krajnji rezultat moguće izračunati, ostaje još samo pitanje možemo li se na račun vjerojatnosti osloniti u toj mjeri da je on uvijek pouzdan, te da se ponaša kao prirodni zakon? Do točnog odgovora na to pitanje još nitko nije došao, budući da ponekad sama građa na koju se vjerojatnost oslanja ne mora biti pouzdana, niti cjelovita u empirijskom slučaju, pa je to pitanje u filozofskom smislu još uvijek ostalo neodgovoreno. No, trebalo bi zaključiti da vjerojatnosti postoje i da je slučajne događaje, uz kvalitetnu građu, moguće izračunati. Naš je doseg ograničiti se na podatke koje imamo o određenom slučajnom događaju i sagledati ih kao građu s kojom bismo trebali baratati prilikom izračuna vjerojatnosti tog događaja. No kada dolazimo do same teorije vjerojatnosti i objašnjenja slučaja kojeg razmatramo, još uvijek možemo reći da se nalazimo u nedovršenom području. Prema tome, kako u epistemološkom okviru, a tako i u matematičkom, ova relativno mlada teorija trebala bi se nastaviti razvijati.

6. Literatura i izvori

1. Batistić, I. (2005/2006). Kinetička teorija plinova. *Uvod u statističku fiziku.* Neobjavljena predavanja. Zagreb: Prirodoslovno-matematički fakultet, Fizički odsjek, Zagreb.

2. Brückler, F. M. (2006). Blaise Pascal. *Osječki matematički list*, 6, 119-123.

3. Dancy, J. (2001). *Uvod u suvremenu epistemologiju*. Zagreb: Biblioteka filozofija.

4. Gnjedenko, B. V., Hinčin, A. J. (1997). *Elementarni uvod u teoriju vjerojatnosti*. Zagreb: Scientia.

5. Greco, J., Sosa E. (2004). *Epistemologija, vodič u teorije znanja.* Zagreb: Naklada Jasenski i Turk.

6. Hume, D. (1988). *Istraživanja o ljudskom razumu.* Zagreb: Naprijed.

7. Igrec, B. (2012). *Postupak umjeravanja pretvornika tlaka visokog razreda točnosti.* Neobjavljen magistarski rad. Zagreb: Fakultet strojarstva i bodogradnje, Zagreb.

8. Lewis, C. I. (1946). *Analysis of Knowledge and Valuation.* La Salle, Ilinois: The open court publishing company.

9. Pavlić, I. (1970). *Statistička teorija i primjena*. Zagreb: Tehnička knjiga.

10. Sarapa, N. (2002). *Teorija vjerojatnosti*. Zagreb: Školska knjiga.

Poveznice:

11. Cole, Nicki Lisa Ph. D., *What is a reference group?* (5. svibnja 2017., 12:03 h), preuzeto s:
https://www.thoughtco.com/reference-group-3026518

12. Hunter, Bruce. *Clarence Irwing Lewis*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, (23. rujna 2017., 23:50 h), preuzeto s:
https://plato.stanford.edu/entries/lewis-ci/

13. Vjerojatnost, 97-111 str. (1. rujna 2017., 23:54 h), preuzeto s:
https://element.hr/artikli/file/1134